



ΘΕΜΑ Α

A₁ σελίδα 31 οχολικός βιβλίου

A₂ σελίδα 14 οχολικός βιβλίου

A₃ σελίδα 72 οχολικός βιβλίου

A₄ α) 2020 β) 11002 γ) 11002

δ) 2020 ε) 11002

ΘΕΜΑ Β

B₁ α) $\bar{x} = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 v_i} \sum_{i=1}^4 x_i v_i = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4}{v}$

$$= \frac{2+9+20+9}{10} = 4 \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 4}$$

β) $s = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{3+5}{2} = 4 \Rightarrow \boxed{s = 4}$

γ) $s^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 v_i} \sum_{i=1}^4 x_i^2 v_i - \bar{x}^2 = \frac{1}{20} \cdot (1 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 25 \cdot 4 + 81 \cdot 1) - 16$

$$= \frac{2+27+100+81}{10} - 16 = \frac{210}{10} - 16 = 5$$

$\Rightarrow \boxed{s^2 = 5}$

B₂. $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Για να είναι το δείγμα ομοιογενές

αρκεί $CV \leq 0,1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{5}}{4} \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow 10\sqrt{5} \leq 4$

Αρα $100 \cdot 5 \leq 16$ Αδύνατο

Αρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma_1 \quad f(x) = x^2 - x + 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 2x - 1$$

x	$1/2$		
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	\searrow		\nearrow

Η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο για $x = 1/2$
 Το $f(1/2) = 1/4 - 1/2 + 1 = 3/4$.

$$\Gamma_2 \quad \text{εφ: } y - f(2) = f'(2)(x - 2)$$

$$y - 3 = 3(x - 2)$$

$$y = 3x - 3$$

Γ_3 Σημείο τομής ε με x : θέτουμε $y = 0$
 $\Leftrightarrow 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$$\boxed{A(1, 0)}$$

Σημείο τομής ε με y : θέτουμε $x = 0$
 τότε $y = -3$

$$\boxed{B(0, -3)}$$

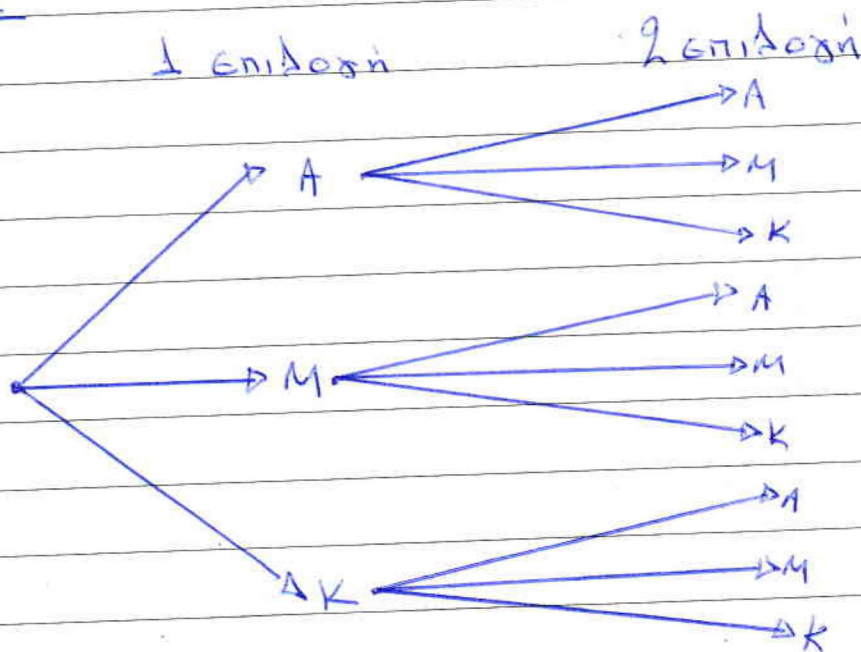
$$\Gamma_4 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}$$

$$= \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ 1

Α1



$$\Omega = \{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$$

Α2

$$A = \{AM, MM, KM\}$$

$$B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$$

Α3

$$α. P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{N(A)}{N(\Omega)} = 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B) = P(\{AM, KM\}) = \frac{2}{9}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

β. Για να έχει το $P(\Gamma)$ τη μεγαλύτερη τιμή το ενδεχόμενο Γ πρέπει να έχει όσο το δυνατόν περισσότερα στοιχεία από το \emptyset .

$$A = \{AM, MM, KM\}$$

$$B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$$

$$\text{Τότε } A \cup B = \{AM, AK, MA, MK, MM, KA, KM\}$$

Αρα το Γ είναι αμφιβιβαστικό με τα A, B

Δεν θα περιέχει κανένα στοιχείο από το $A \cup B$

αίτιο το Γ μπορεί να έχει ποσότητα.

$$\Gamma = \{AA, KK\}$$

που είναι το ελάχιστο με

το μέγιστο δυνατό πλήθος στοιχείων

$$\text{Αρα η μέγιστη πιθανότητα του } \Gamma \text{ είναι}$$

$$P(\Gamma) = \frac{2}{9}$$